Résumé du cour

ELECTROSTATIQUE

Théorème de GAUSS :

$$\Phi = \iint_S \vec{E} \bullet d\vec{S} = \frac{\sum q_{\text{int érieures}}}{\varepsilon_0}$$

Comment appliquer le théorème de GAUSS

1. Ecrire la relation $\Phi = \iint_S \vec{E} \bullet d\vec{S} = \frac{\sum q_{\text{int erieures}}}{\varepsilon_0}$
2. Choisir la surface de GAUSS qui respecte la symétrie de la distribution
   - Soit $\vec{E}$ est parallèle à la surface ($\vec{E} \perp d\vec{S}$) $\Rightarrow$ $\vec{E} \bullet d\vec{S} = 0$
   - Soit $\vec{E}$ est perpendiculaire à la surface ($\vec{E} \,//\, d\vec{S}$) **et** $E = Cte$ $\Rightarrow$ $\iint_S \vec{E} \bullet d\vec{S} = E.S$
3. Calculer les charges q_{int} à l'intérieur de la surface de GAUSS.

Tableau récapitulatif : *Champ créé par un(e)*

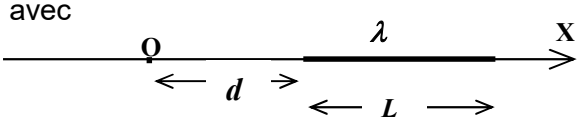
	A l'intérieur	**A l'extérieur**
Droite infinie (λ)		
Plan infini (σ)		
Cylindre infini creux (R,σ)		
Cylindre infini plein (R,ρ)		
Sphère creuse (R,σ)		
Sphère pleine (R,ρ)		

1ère Année TC.SETI: Electricité

SERIE DE TD N° 03

EXERCICE 01:

Soit une tige droite de longueur L placée sur l'axe (OX), comme le montre la figure ci-contre. La tige est chargée avec une densité λ variable donnée par la loi :



$$\lambda(x) = \frac{\lambda_0 (x-d)}{d}$$

Tel que d est la distance entre le bout de la tige et l'origine, et λ_0 est constante.

1. Trouver le champ électrique crée au point O (Origine).

EXERCICE 02:

Un anneau circulaire de rayon R et de centre O est placé dans le plan XOY . On charge l'anneau avec une densité linéaire λ tel que :

$$\lambda = \lambda_0 . \sin(\theta)$$

Trouvez l'expression du champ électrique crée au point $M(0,0,z)$.

EXERCICE 03:

1. Trouvez le champ crée par un disque ayant une charge positive distribuée uniformément sur toute sa surface (σ = densité surfacique), en un point se trouvant à une hauteur h au dessus de son centre.
2. En déduire le champ crée par un plan infini chargée avec la même densité σ, en un point ayant une distance h par rapport au plan.

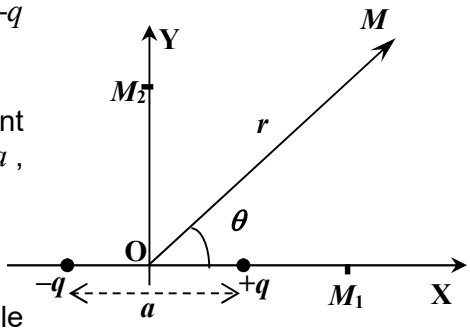
EXERCICE 04:

Un disque, de centre O de rayon intérieur R_1 et de rayon extérieur R_2, est chargée d'une densité surfacique σ et placé dans le plan (XOY).

1. Trouvez la charge totale Q en fonction de σ, R_1 et R_2 .
2. Calculez le potentiel crée au point $M(0,0,z)$.
3. En déduire le champ $E_M(z)$ créé par le disque en un point situé sur l'axe (OZ).

EXERCICE 05 (*):

I. Un dipôle électrique est constitué de deux charges $+q$ et $-q$ séparées par une distance a.



$\vec{a}$ est le vecteur de module a et dirigé de $-q$ vers $+q$.

1. Montrez que le potentiel électrique crée par le dipôle au point M situé à une distance r du centre du dipôle, tel que $r >> a$, est donné par :

$$V(\vec{r}) = K \frac{p.\cos(\theta)}{r^2}$$

2. Avec $\vec{p} = q.\vec{a}$ est le moment dipolaire, et θ est l'angle compris entre OM et π.
3. En déduire les composantes du vecteur champs électrique au point $M(r,\theta)$ dans le système de coordonnées cylindriques.
4. Trouver le vecteur champ électrique au points $M_1(r=R\ ,\ \theta=0)$ et $M_2(r=R\ ,\ \theta=\pi/2)$.

II. On place un autre dipôle $\vec{p}'$ au point M_1 . tel que π et $\vec{p}'$ sont parallèles et dans le même sens.

1. Trouvez l'énergie potentielle U' du dipôle $\vec{p}'$ dans le champs crée par π.
2. Même question quand on place $\vec{p}'$ au point M_2.

EXERCICE 06:

En utilisant le théorème de GAUSS trouver le champ électrique crée par :

- Une distribution rectiligne infinie de densité λ ,en un point situé à une distance d de la droite.
- Une distribution plane infinie de densité σ, en un point situé à une distance d du plan.

EXERCICE 07:

Soit un cylindre creux de rayon R et de longueur infinie chargé avec une densité surfacique (σ), calculer le champ électrique en un point M situé à une distance d de l'axe du cylindre quand :

- M se trouve à l'intérieur du cylindre.
- M se trouve à l'extérieur du cylindre.

Mêmes questions pour un cylindre plein de rayon R et de longueur infinie chargé avec une densité volumique (ρ).

EXERCICE 08:

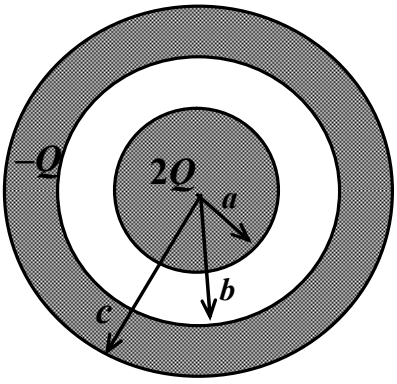
Soit une sphère creuse de rayon R chargée avec une densité surfacique (σ), calculer, en fonction de la charge totale Q de la sphère, le champ électrique en un point M situé à une distance r de son centre quand :

- M se trouve à l'intérieur de la sphère.
- M se trouve à l'extérieur de la sphère.

Mêmes questions pour un une sphère pleine de rayon R chargée avec une densité volumique (ρ).

EXERCICE 09:

Une sphère pleine de rayon a porte une charge positive $2Q$ distribuée uniformément sur tout son volume. On la place au centre d'une coquille sphérique de rayon intérieur b et de rayon extérieur c , et portant une charge $-Q$ distribuée uniformément sur tout son volume



1. En utilisant le théorème de GAUSS calculez le champ électrique en tout point de l'espace.
2. En déduire le potentiel électrique en tout point de l'espace (sachant qu'il est nul à l'infini)

EXERCICE 10:

On suppose que la charge électrique due aux protons dans le noyau atomique est concentrée dans une sphère de rayon a. La distribution est supposée uniforme. Pour l'atome d'Or (Au) $Z = 79$, le rayon du noyau est $a = 6{,}9\ 10^{-15}$ m.

1. Calculez le champ électrique à la surface du noyau.

La charge négative des électrons autours du noyau (nuage électronique) est donnée par la loi : $\rho = \dfrac{A}{r^6}$ avec $r \geq a$ et A est une constante.

2. Calculez en fonction de A la charge négative comprise entre a et + ∞.
3. En utilisant la neutralité de l'atome, calculez A.
4. Calculez $E(r)$ et $V(r)$, et représentez-les pour $0 < r < +\infty$.

EXERCICE 11:

Dans le modèle quantique de l'atome d'Hydrogène, on considère le noyaux constitué d'un (01) proton comme une charge ponctuelle $q = e$ entouré d'un nuage électronique de symétrie sphérique, réparti dans tout l'espace , ayant une densité volumique $\rho = A.\exp\left(\dfrac{-2r}{a_0}\right)$ tel que A est une constante et a_0 est le rayon de Bohr.

1. En utilisant la neutralité de l'atome, calculez la constante A.
2. Calculez le champ crée par cet atome.
3. Discutez les cas où $r >> a$ et $r << a$.

On donne : $\int r^2.e^{\alpha.r}\,dr = \left(\dfrac{r^2}{\alpha} - \dfrac{2r}{\alpha^2} + \dfrac{2}{\alpha^3}\right)e^{\alpha.r}$